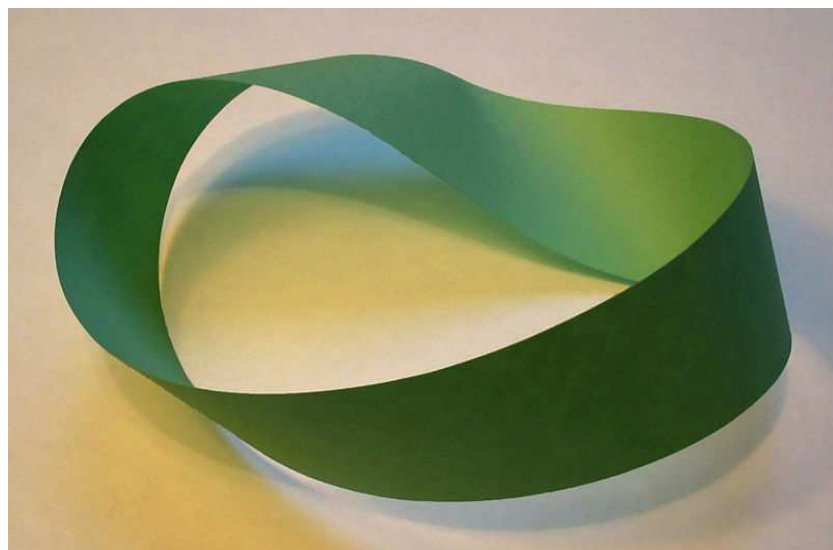


# 莫比烏斯帶的奧妙

## 數學科展



組長 蔡予瑄

組員 施博敏 張滙真

指導老師 郭嘉彬

中華民國 101 年 4 月 12 日

# 壹、簡介

莫比烏斯帶是一種拓撲學結構，它只有一個面，和一個邊界。它是由德國數學家、天文學家莫比烏斯（August Ferdinand Möbius）和約翰·李斯丁（Johhan Benedict Listing）在 1858 年獨立發現的。「莫比烏斯環」最特殊的性質就是：它只有單面，沒有內外。

# 貳、研究動機

有一次在上數學課時，老師提到了“莫比烏斯帶”那時我們感到好奇，因此便試著做做看。在一開始我們並不相信莫比烏斯帶剪下來會變成一個環，我們認為他會變成兩環，所以就開始做這個實驗，看看結果到底是什麼？結果剪下來後，居然真的只有一個環！這讓我們對莫比烏斯帶興起了更大的好奇心。

# 參、研究目的

「 $\infty$ 」是代表無限的意思。我們想在日常生活中，找到關於無限的例子，後來，在課堂上發現莫比烏斯帶其實近似「無限」，假設走在莫比帶上，會永遠走不到終點，於是我們決定製作更多不同摺數的莫比帶，分別剪開，觀察並記錄剪完前後莫比帶的變化。

## 肆、研究材料

一.剪刀

二. 長方形紙條 3 張

三.膠水

## 伍、研究步驟

一、將紙條旋轉 180 度（一摺）、360 度（二摺）、540 度（三摺）

二、將頭尾兩端黏起來

三、從中間把紙條剪開

四、觀察並紀錄各個圈數剪開後的變化

## 陸、研究過程

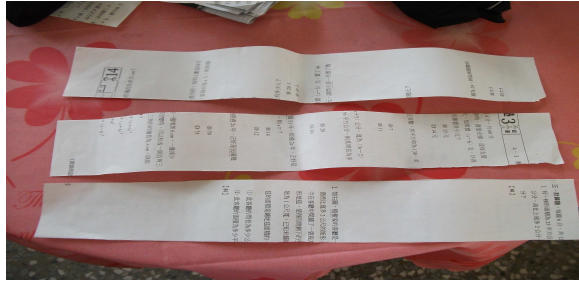


圖 6-1(步驟一)：準備紙條 3 條。

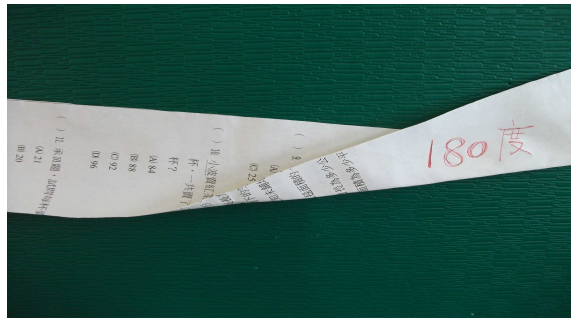


圖 6-2(步驟二)：將一紙條旋轉 180 度。

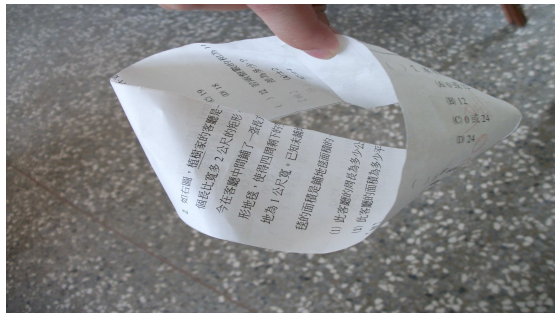


圖 6-3(步驟三)：並將頭尾以膠帶黏起來形成一個環。

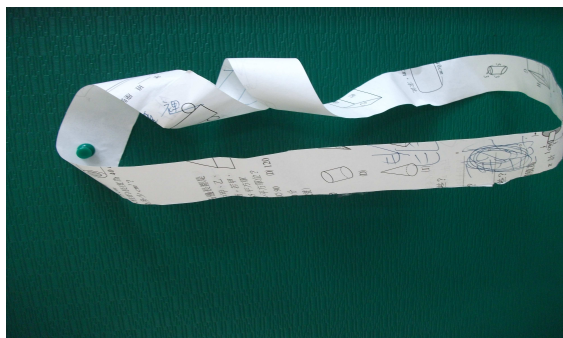


圖 6-4(步驟四)：將此環用剪刀從中間縱向剪開。

## 柒、研究結果



圖 7-1：

旋轉 180 度後，  
縱向剪成二等份的結果。



圖 7-2：

旋轉 360 度後，  
縱向剪成二等份的結果。



圖 7-3：

旋轉 540 度後，  
縱向剪成二等份的結果。



圖 7-4：

旋轉 720 度後，  
縱向剪成二等份的結果。



圖 7-5：

旋轉 180 度後，  
縱向剪成三等份的結果。



圖 7-6：

旋轉 360 度後，  
縱向剪成三等份的結果。



圖 7-7：

旋轉 540 度後，  
縱向剪成三等份的結果。



圖 7-8：

旋轉 720 度後，  
縱向剪成三等份的結果。



圖 7-9 :

旋轉 180 度後，  
縱向剪成四等份的結果。



圖 7-10 :

旋轉 360 度後，  
縱向剪成四等份的結果。



圖 7-11 :

旋轉 540 度後，  
縱向剪成四等份的結果。



圖 7-12 :

旋轉 720 度後，  
縱向剪成四等份的結果。

表 7-1 縱向剪成二等份 結果彙整表

旋轉 度數	旋轉 180 度	旋轉 360 度	旋轉 540 度	旋轉 720 度
剪開 後的 狀態	剪開後，變成 更大更長的 360 度莫比烏斯帶	剪開後，變成 2 個 180 度 莫比烏斯帶 懸掛在一起	剪開後，變成 互相打結的 紙環	剪開後，變成 互相打結的紙 環
剪開 後的 長度 變化	長度變為 來的 2 倍	長度變為 原來的 2 倍	長度變為 原來的 2 倍	長度變為 原來的 2 倍
備註： 一、超過 360 度以後，剪開都會打結在一起，故不是墨比烏斯帶。				



表 7-2 縱向剪成三等份 研究結果彙整表

旋轉 度數	旋轉 <b>180 度</b>	旋轉 <b>360 度</b>	旋轉 <b>540 度</b>	旋轉 <b>720 度</b>
剪開 後的 狀態	剪開後，變成 <b>2</b> 個纏繞的圈	剪開後，變成 <b>3</b> 個纏繞的圈	剪開後，變成 <b>3</b> 個纏繞的圈	剪開後，變成 <b>3</b> 個纏繞的圈
剪開 後的 長度 變化	長度變為 原來的 <b>3</b> 倍	長度變為 原來的 <b>3</b> 倍	長度變為 原來的 <b>3</b> 倍	長度變為 原來的 <b>3</b> 倍
備註： 一.除了 <b>180</b> 度的剪開後是 <b>2</b> 個圈，其他的都成 <b>3</b> 個圈數。 二.剪開後的長度都為原來的 <b>3</b> 倍				

表 7-3 縱向剪成四等份 研究結果彙整表

旋轉 度數	旋轉 180 度	旋轉 360 度	旋轉 540 度	旋轉 720 度
剪開 後的 狀態	剪開後，變成 2 個纏繞的圈	剪開後，變成 4 個纏繞的圈	剪開後，變成 4 個纏繞的圈	剪開後，變成 4 個纏繞的圈
剪開 後的 長度 變化	長度變為 原來的 4 倍	長度變為 原來的 4 倍	長度變為 原來的 4 倍	長度變為 原來 4 倍
備註： 一.除了 <b>180</b> 度的剪開後是兩 <b>2</b> 個圈，其他的都成 <b>4</b> 個圈數。 二.剪開後的長度都為原來的 <b>4</b> 倍				

## 捌、結論

- 一、想讓莫比烏斯帶無限延長的話，必須要夠寬。
- 二、只有旋轉 180 度的莫比烏斯帶，剪開後才能延長。
- 三、旋轉 360 度後，會有 2 個莫比烏斯帶懸掛在一起。
- 四、而超過 360 度的莫比烏斯帶，則會打結纏繞，所以不能延長。
- 五、180 度莫比烏斯帶分成  $1/2$  剪開後成一個圈，360 度以後分成  $1/2$  剪開都成兩個圈。
- 六、360 度以後剪成  $1/n$  時，圈數就等於  $n$ 。
- 七、不管轉幾度，剪成  $1/n$  時，長度會變為原來的  $n$  倍。

## 玖、參考資料

維基百科